

CS100J 02 November 2005  
Rectangular arrays and ragged arrays. Secs. 9.1 – 9.3

Do as many of the exercises on pp. 311-312 as you can to get familiar with concepts and develop a skill. Practice in DrJava! Test your methods, both by hand and on computer!

**A Billion.** The next time you hear someone in government rather casually use a number that includes the word "billion", think about it.

- A billion seconds ago was 1976.
- A billion minutes ago Jesus was alive.
- A billion hours ago our ancestors were living in the Stone Age.
- A billion days ago no creature walked the earth on two feet.
- A billion dollars lasts less than 8 hours at the rate our government spends it.

1,000,000,000

1

0 1 2 3 b.length  
b 5 4 7 3 one-dimensional array

0 1 2 3  
d 0 5 4 7 3  
1 4 8 9 7  
2 5 1 2 3  
3 4 1 2 9  
4 6 7 8 0 rectangular array: 5 rows and 4 columns

Type of d is `int[][]` ("int array array",  
"an array of int arrays")

To declare variable d: `int d[][]`.  
number of rows

To create a new array and assign it to d:  
`d = new int[5][4];`

To reference element at row r column c:  
`d[r][c]` number of cols

2

0 1 2 3  
d 0 5 4 7 3  
1 4 8 9 7  
2 5 1 2 3  
3 4 1 2 9  
4 6 7 8 0

Type of d is `int[][]` ("int array array",  
"an array of int arrays")

To declare variable d: `int d[][]`.  
number of rows

To create a new array and assign it to d:  
`d = new int[5][4];`

To reference element at row r column c:  
`d[r][c]` number of cols

Number of rows: d.length  
Number of columns in row r: d[r].length

"Length of one array in  
array of arrays"

Using an array initializer:

`int[][] d = new int[][] { {5,4,7,3}, {4,8,9,7}, {5,1,2,3}, {4,1,2,9}, {6,7,8,0} };`

3

/\*\* = sum of first elements of rows of d. e.g. for array to  
right, it's 5 + 4 + 5 + 4 + 6. \*/  
d 0 5 4 7 3  
1 4 8 9 7  
2 5 1 2 3  
3 4 1 2 9  
4 6 7 8 0

```
public static int sum0(int[][] d) {
    int x = 0;
    // inv: x = sum of first element of rows d[0..r-1]
    for (int r = 0; r != d.length; r = r + 1) {
        x = x + d[r][0];
    }
    // x = sum of first element of rows d[0..d.length-1]
    return x;
}
```

4

Pattern for processing all the elements of an array

Row-major order (first row 1, then row 2, etc.)

```
// Process elements of b[][] in row-major order
// inv: rows 0..r-1 have been processed.
// In row r, b[r, 0..c-1] have been processed
for (int r = 0; r != b.length; r = r + 1)
    for (int c = 0; c != b[r].length; c = c + 1) {
        Process b[r][c]
    }
```

5

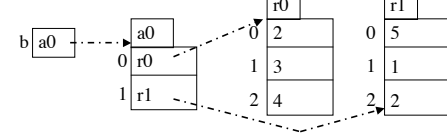
/\*\* = a String rep of b[][] (as in an array initializer) \*/

```
public static String toString(int b[][]) {
    int s = "";
    // inv: Rows 0..r-1 have been appended to s */
    for (int r = 0; r != b.length; r = r + 1) {
        // Add row r to s
        s = s + "{";
        // inv: the partial row b[r][0..c-1] has been added to s
        for (int c = 0; c != b[r].length; c = c + 1) {
            if (c != 0) s = s + ",";
            s = s + b[r][c];
        }
        s = s + "}";
    }
    return s + "}";
}
```

6

#### How multi-dimensional arrays are stored: ragged arrays

`int b[][] = { {2, 3, 4}, {5, 1, 2} };`



b is a one-dimensional array of b.length elements  
Its elements are one-dimensional arrays.

b[0] is a one-dimensional array of **ints** of length b[0].length.  
Must all these arrays have the same length? No!

7

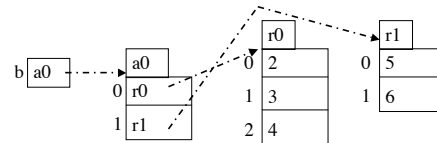
#### How multi-dimensional arrays are stored: ragged arrays

`int[][] b;` Declare variable b of type `int [][]`

`b = new int[2][]` Create a one-dim. array of length 2 and store its name in b. Its elements are **null**, have type `int[]`

`b[0] = new int[] {2, 3, 4};` Create `int` array, store its name in b[0].

`b[1] = new int[] {5, 6};` Create `int` array, store its name in b[1].



8

#### Pascal's Triangle

1						0				
	1		1			1				
		1		2		1				
			1		3		1			
				1		3		1		
					1		4		1	
						1		5		1

The first and last entries on each row are 1.

Each other entry is the sum of the two entries above it

row r has r+1 values.

9

#### Pascal's Triangle

angle	1	0				
	1	1				
	1	2	1			
	1	3	3	1		
	1	4	6	4	1	
	1	5	10	10	5	1

Entry  $p[i][j]$  is the number of ways  $i$  elements can be chosen from a set of size  $j$ !

$$p[i][j] = \text{"i choose j"} = \binom{i}{j}$$

recursive formula:

$$\text{for } 0 < i < j, \quad p[i][j] = p[i-1][j-1] + p[i-1][j]$$

10

#### Pascal's Triangle

angle																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	
-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Binomial theorem: Row  $r$  gives the coefficients of  $(x + y)^r$

$$(x + y)^2 = 1x^2 + 2xy + 1y^2$$

$$(x + y)^3 = 1x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1y^3$$

$$(x + y)^r = \sum_{0 \leq k \leq r} \binom{r}{k} x^k y^{r-k}$$

11

#### Method to compute first $r$ rows of Pascal's Triangle in a ragged array

/\*\* Return ragged array of first  $n$  rows of Pascal's triangle.

Precondition:  $0 \leq n$  \*/

**public static int[][]** pascalTriangle(**int** n) {

**int**[][] b = **new int**[n][]; // First  $n$  rows of Pascal's triangle

// invariant: rows  $0..i-1$  have been created

**for** (**int** i = 0; i != b.length; i = i+1) {

// Create row  $i$  of Pascal's triangle

b[i] = **new int**[i+1];

// Calculate row  $i$  of Pascal's triangle

b[i][0] = 1;

// invariant b[i][0..j-1] have been created

**for** (**int** j = 1; j < i; j = j+1) {

b[i][j] = b[i-1][j-1] + b[i-1][j];

}

b[i][i] = 1;

}

**return** b;

}

12