

```

⊢ ∀T:Type. ∀A,B:T → ℙ.
|   (SO-ex{i':1}(T; x.SO-or{i:1}(A[x];B[x]))
|   ⇒ SO-or{i':1}(SO-ex{i:1}(T;x.A[x]); SO-ex{i:1}(T;x.B[x])))
|
BY (Auto THEN All (Unfolds ‘‘SO-ex SO-or’’))
|
1. T: Type
2. A: T → ℙ
3. B: T → ℙ
4. ∀X:ℙ'. ((∀x:T. ((∀X:ℙ. ((A[x] ⇒ X) ⇒ (B[x] ⇒ X) ⇒ X)) ⇒ X)) ⇒ X)
⊢ ∀X:ℙ'
|   ((∀X:ℙ. ((∀x:T. (A[x] ⇒ X)) ⇒ X)) ⇒ X)
|   ⇒ ((∀X:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ X)) ⇒ X)) ⇒ X)
|   ⇒ X)
|
BY Assert 「∀J:ℙ'. ((∀x:T. ((∀Y:ℙ. ((A[x] ⇒ Y) ⇒ (B[x] ⇒ Y) ⇒ Y)) ⇒ J)) ⇒ J)」.
| \
| ⊢ ∀J:ℙ'. ((∀x:T. ((∀Y:ℙ. ((A[x] ⇒ Y) ⇒ (B[x] ⇒ Y) ⇒ Y)) ⇒ J)) ⇒ J)
| |
1 BY Trivial
| \
5. ∀J:ℙ'. ((∀x:T. ((∀Y:ℙ. ((A[x] ⇒ Y) ⇒ (B[x] ⇒ Y) ⇒ Y)) ⇒ J)) ⇒ J)
⊢ ∀X:ℙ'
|   ((∀X:ℙ. ((∀x:T. (A[x] ⇒ X)) ⇒ X)) ⇒ X)
|   ⇒ ((∀X:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ X)) ⇒ X)) ⇒ X)
|   ⇒ X)
|
BY Thin 4
|
4. ∀J:ℙ'. ((∀x:T. ((∀Y:ℙ. ((A[x] ⇒ Y) ⇒ (B[x] ⇒ Y) ⇒ Y)) ⇒ J)) ⇒ J)
⊢ ∀X:ℙ'
|   ((∀X:ℙ. ((∀x:T. (A[x] ⇒ X)) ⇒ X)) ⇒ X)
|   ⇒ ((∀X:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ X)) ⇒ X)) ⇒ X)
|   ⇒ X)
|
BY Assert 「∀Y:ℙ'
|   (((∀XA:ℙ. ((∀x:T. (A[x] ⇒ XA)) ⇒ XA)) ⇒ Y)
|   ⇒ ((∀XB:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ XB)) ⇒ XB)) ⇒ Y)
|   ⇒ Y)」.
| \
| ⊢ ∀Y:ℙ'
| |   (((∀XA:ℙ. ((∀x:T. (A[x] ⇒ XA)) ⇒ XA)) ⇒ Y)
| |   ⇒ ((∀XB:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ XB)) ⇒ XB)) ⇒ Y)
| |   ⇒ Y)
| |
1 BY RepeatFor 3 ((D 0 THENA Auto))
| |
| 5. Y: ℙ'
| 6. (∀XA:ℙ. ((∀x:T. (A[x] ⇒ XA)) ⇒ XA)) ⇒ Y
| 7. (∀XB:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ XB)) ⇒ XB)) ⇒ Y
| ⊢ Y
| |
1 BY (InstHyp 「Y」 4. THENA Auto)
| | \
| | 8. x: T
| | 9. ∀Y:ℙ. ((A[x] ⇒ Y) ⇒ (B[x] ⇒ Y) ⇒ Y)

```

```

| | ⊢ Y
| | |
1 2 BY InstHyp [⌈Y⌋] 9.
| | | \
| | | ⊢ Y ∈ ℙ
| | | |
1 2 3 BY InstLemma 'false' []
| | | |
| | | 10. False
| | | ⊢ Y ∈ ℙ
| | | |
1 2 3 BY Auto
| | | \
| | | ⊢ A[x] ⇒ Y
| | | |
1 2 3 BY (D 0 THENA Auto)
| | | |
| | | 10. A[x]
| | | ⊢ Y
| | | |
1 2 3 BY D 6
| | | | \
| | | | 6. (∀XB:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ XB)) ⇒ XB)) ⇒ Y
| | | | 7. x: T
| | | | 8. ∀Y:ℙ. ((A[x] ⇒ Y) ⇒ (B[x] ⇒ Y) ⇒ Y)
| | | | 9. A[x]
| | | | ⊢ ∀XA:ℙ. ((∀x:T. (A[x] ⇒ XA)) ⇒ XA)
| | | | |
1 2 3 4 BY RepeatFor 2 ((D 0 THENA Auto))
| | | | |
| | | | 10. XA: ℙ
| | | | 11. ∀x:T. (A[x] ⇒ XA)
| | | | ⊢ XA
| | | | |
1 2 3 4 BY (InstHyp [⌈x⌋] (-1). THEN Auto)
| | | | \
| | | | 6. (∀XB:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ XB)) ⇒ XB)) ⇒ Y
| | | | 7. x: T
| | | | 8. ∀Y:ℙ. ((A[x] ⇒ Y) ⇒ (B[x] ⇒ Y) ⇒ Y)
| | | | 9. A[x]
| | | | 10. Y
| | | | ⊢ Y
| | | | |
1 2 3 BY Auto
| | | | \
| | | | ⊢ B[x] ⇒ Y
| | | | |
1 2 3 BY (D 0 THENA Auto)
| | | | |
| | | | 10. B[x]
| | | | ⊢ Y
| | | | |
1 2 3 BY D 7
| | | | \
| | | | 7. x: T
| | | | 8. ∀Y:ℙ. ((A[x] ⇒ Y) ⇒ (B[x] ⇒ Y) ⇒ Y)
| | | | 9. B[x]

```

```

| | | | ⊢ ∀XB:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ XB)) ⇒ XB)
| | | |
1 2 3 4 BY Auto
| | | \
| | | 7. x: T
| | | 8. ∀Y:ℙ. ((A[x] ⇒ Y) ⇒ (B[x] ⇒ Y) ⇒ Y)
| | | 9. B[x]
| | | 10. Y
| | | ⊢ Y
| | | |
1 2 3 BY Auto
| | \
| | 10. Y
| | ⊢ Y
| | |
1 2 BY Auto
| \
| 8. Y
| ⊢ Y
| |
1 BY Trivial
\
5. ∀Y:ℙ,
  ((∀XA:ℙ. ((∀x:T. (A[x] ⇒ XA)) ⇒ XA)) ⇒ Y)
  ⇒ ((∀XB:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ XB)) ⇒ XB)) ⇒ Y)
  ⇒ Y)
⊢ ∀X:ℙ,
| ((∀X:ℙ. ((∀x:T. (A[x] ⇒ X)) ⇒ X)) ⇒ X)
| ⇒ ((∀X:ℙ. ((∀x:T. (B[x] ⇒ X)) ⇒ X)) ⇒ X)
| ⇒ X)
|
BY Trivial

```